06 Lien Entre Forces et Mouvement

Exercice 1 : Le canon de Paris

Souvent confondu à tort avec la grosse Bertha, le canon de Paris est à la fois le plus célèbre et le plus mystérieux des canons de toute l'histoire de l'artillerie. Ce canon a bombardé Paris à la fin de la Première Guerre mondiale.
Le tube du canon mesure 36 m et pèse plus de 100 tonnes. La longueur et la masse exceptionnelles du canon ont obligé les ingénieurs de la société allemande Krupp à concevoir un système de soutènement inédit en artillerie. Comme pour un pont suspendu, des haubans et un mât central viennent rigidifier le long tube, l'empêchant de se courber sous son propre poids. Monté, le canon de Paris atteignait la masse de 750 tonnes.
Mais le secret du canon de Paris réside dans la trajectoire de l'obus. Avec une élévation égale à 50 degrés, le projectile est propulsé dans la haute atmosphère où l'air raréfié oppose moins de résistance à l'obus et accroît ainsi sa portée.
Le 30 janvier 1918, lors des essais finaux au pas de tir de la marine à Altenwalde, le canon tira un obus de 105 kg avec une vitesse d'éjection de 1600 m.s -1 . La durée de vol de l'obus a été de 176 s et il est tombé à 126 km de distance avec une assez bonne précision.
Les obus ont atteint une altitude de 42 km à l'apogée de leur trajectoire.
C'était à l'époque la plus haute altitude jamais atteinte par un projectile lancé par l'homme. Le canon de Paris conserva ce record de 1918 à 1939.

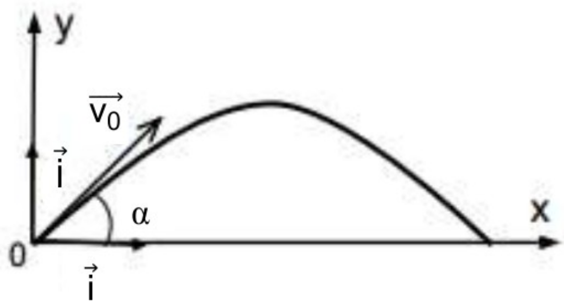
Le but de cet exercice est de vérifier quelques données de ce document sur le vol de l'obus.

Données

Intensité de la pesanteur : $g = 9,8\ m.s^{-2}$.
On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
On négligera les frottements et la poussée d'Archimède.
L'obus sera assimilé à un point matériel.
On rappelle que 1 tonne = 10^3 kg.

Trajectoire de l'obus

On étudie le mouvement de l'obus dans le repère xOy donné ci-dessous.



Le point O est la gueule du canon (l'endroit où l'obus sort du tube du canon).
L'angle α entre le tube du canon et le sol correspond à l'élévation citée dans le document.
$\vec{V}_0$ est le vecteur vitesse initiale de l'obus à la sortie du canon.

1. En utilisant une loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération de l'obus : $a_x(t)$ suivant l'axe x et $a_y(t)$ suivant l'axe y.
2. En déduire les expressions des coordonnées $V_x(t)$ et $V_y(t)$ du vecteur vitesse de l'obus et montrer que les équations horaires du mouvement de l'obus s'écrivent :
$$\begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t \end{cases}$$
avec t en secondes, V_0 en mètres par seconde et x(t) et y(t) en mètres.
3. En déduire l'équation de la trajectoire y = f(x).

Vérification des données du document

4. En utilisant la question 2.2, déterminer la durée du vol et la portée théorique (distance entre le canon et l'endroit où l'obus touche le sol). On négligera la hauteur du canon et on suppose que l'obus arrive à la même altitude que celle de son point de départ.
5. Déterminer l'altitude théorique maximale atteinte par l'obus connaissant l'expression de la composante verticale de la vitesse de l'obus : $V_y = -9,8 \times t + 1226$.
6. Expliquer l'écart existant entre les résultats théoriques obtenus dans les deux questions précédentes et les données du document.

Exercice 2 : Grêlon

On considère un grêlon de diamètre 2,0 cm et de masse m = 3,8 g que l'on suppose constante qui tombe d'un nuage. Lors de cette étude, on néglige la poussée d'Archimède et on modélise les frottements de l'air par une force de même direction que le vecteur vitesse, de sens opposé à celui-ci et de valeur F = kv.

Le mouvement est étudié selon un axe vertical descendant (Ox) dont l'origine O se situe à la base du nuage.

1. Faire un inventaire des forces qui agissent sur le grêlon et préciser l'expression vectorielle de chaque force et les représenter.
2. Appliquer la deuxième loi de Newton au grêlon et en déduire l'équation différentielle qui régit l'évolution de la valeur v de la vitesse du grêlon.
3. Montrer que l'expression de la valeur V_{lim} de la vitesse limite de chute est $V_{\text{lim}}=\frac{m \cdot g}{k}$
4. En s'aidant de la figure 1 ci-dessous qui représente l'évolution au cours du temps de la vitesse du grêlon, déterminer la valeur V_{lim} de sa vitesse limite de chute.
5. Quelle doit être la valeur de k correspondant à cette vitesse limite dans le cadre de ce modèle ?

On prendra $g = 9{,}8\ m{\cdot}s^{-2}$.

La figure 2 représente l'évolution au cours du temps de la distance que parcourt le grêlon depuis la base du nuage.

6. Déterminer la durée Δ t au bout de laquelle la vitesse atteinte est égale à 95 % de la vitesse limite.
7. En déduire la distance d parcourue par le grêlon à partir de la base du nuage.

Figure 1 : évolution temporelle de la vitesse

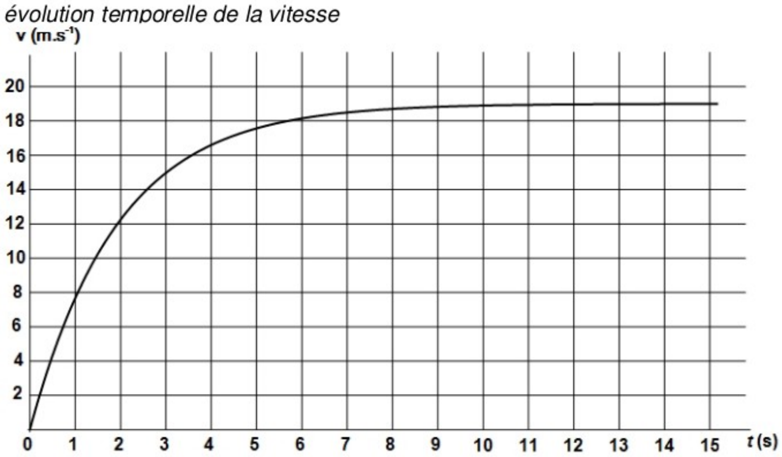
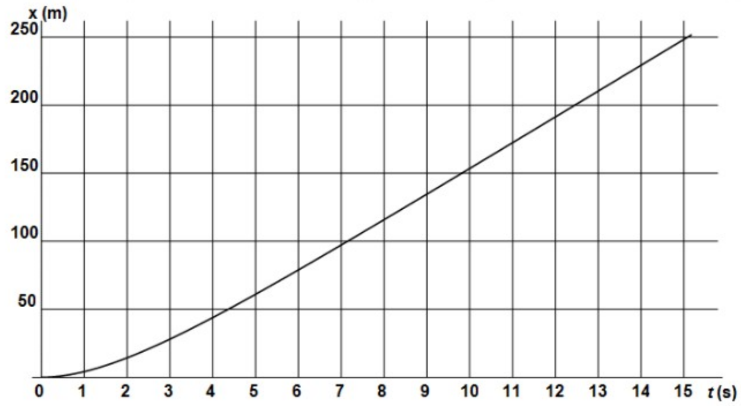


Figure 2 : évolution temporelle de la distance x parcourue à partir de la base du nuage



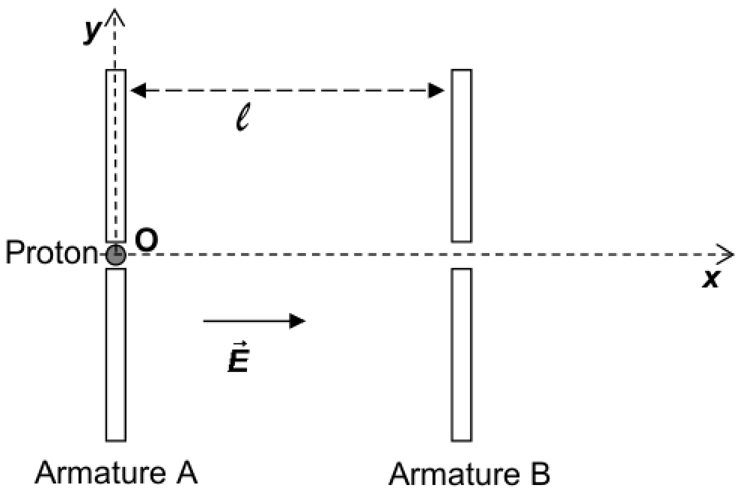
Exercice 3 : Accélérer des particules

Le gros avantage des accélérateurs est de pouvoir fournir des faisceaux de particules dont la nature est connue et l'énergie variable, dans la limite des performances du dispositif. Avec de tels outils, les chercheurs peuvent entreprendre des campagnes de mesures systématiques grâce à des expériences dont on changera à loisir les conditions de fonctionnement. Alors qu'est-ce qu'un accélérateur ? C'est un dispositif construit pour augmenter la vitesse mais surtout l'énergie des particules. Pour augmenter l'énergie des particules, il existe une seule solution, il faut les soumettre à un champ électrique le plus intense possible. Seules les particules chargées et stables pourront être accélérées. En pratique, les premiers accélérateurs s'appliquèrent tant aux protons qu'aux électrons.

D'après « Le vrai roman des particules élémentaires »
de François Vannucci professeur à l'université Paris 7-Denis Diderot

Données :
Masse d'un proton : $m_p = 1,7 \times 10^{-27}$ kg
Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

Un proton de charge e et de masse m p pénètre dans un accélérateur linéaire de particules. À t = 0 s, le proton est situé en O et possède une vitesse initiale de valeur $v_0 = 2,0 \times 10^3$ m.s^{-1} et de direction Ox (voir schéma ci-après).
Entre les armatures A et B, séparées d'une distance l = 6,5 cm, règne un champ électrostatique uniforme de valeur E = 10,0 kV.m^{-1} .
On négligera le poids devant la force électrique.



1. Représenter, sans souci d'échelle, la force électrique appliquée au proton F ainsi que le vecteur accélération. Justifier.
2. Après avoir établi l'expression du vecteur accélération dans le repère (O,x,y), montrer que l'équation horaire $V_x(t)$ s'écrit de la forme : $V_x(t) = \frac{e \cdot E}{m_p} t + V_0$
3. déterminer l'équation horaire $V_y(t)$ et justifier le nom d' « accélérateur linéaire » attribué à cet accélérateur.
4. Le proton atteint l'armature B à la date $t_1 = 3,7 \times 10^{-7}$ s. Quelle est alors sa vitesse V_1 ?
5. Ce dispositif peut-il fonctionner avec un neutron ? Justifier votre réponse.
6. Que faudra-t-il modifier si l'on souhaite accélérer un électron ?