

Les algorithmes gloutons (1)

Un algorithme glouton fait toujours le choix qui semble le meilleur sur le moment. Il fait un choix localement optimal dans l'espoir que ce choix mènera à la solution globalement optimale. Ils ne conduisent donc pas toujours à la solution optimale.

. AGLORITHME

Les algorithmes gloutons constituent une grande famille d'algorithmes.

- On peut les utiliser lorsqu'on a une sélection à effectuer sur un ensemble d'objets en cherchant à maximiser ou minimiser une certaine grandeur tout en respectant certaines contraintes.

- La sélection est effectuée en appliquant à chaque étape une règle de choix définie à l'avance qui effectue ce qui semble être le meilleur choix sur le moment en espérant arriver à la fin à la solution optimale.

Le principal avantage des algorithmes gloutons est leur facilité de mise en œuvre. En outre, dans certaines situations dites canoniques, il arrive qu'ils renvoient non pas un optimum mais l'optimum d'un problème.

. EXERCICE 1 (D'APRÈS J-C BONNEFOY)

Sur la grille ci-contre, on part de la case tout à gauche marquée de la lettre D. On souhaite atteindre les cases vides sur la partie droite en se déplaçant de case en case.

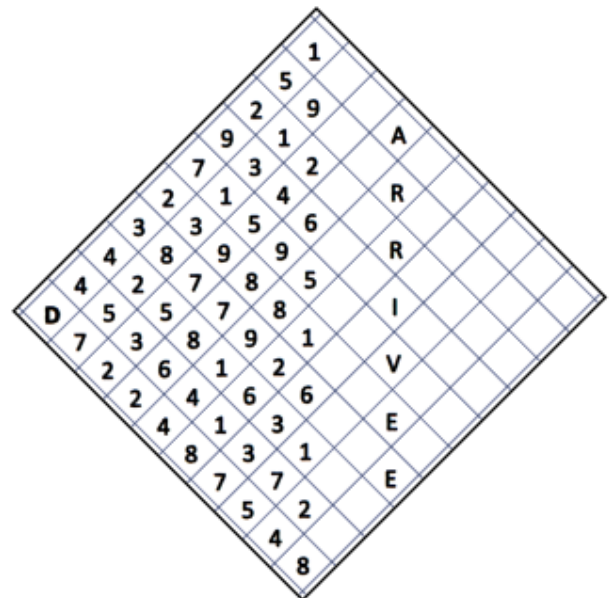
Lorsqu'on est sur une case on peut se déplacer sur une des deux cases voisines situées sur la droite. On note S la somme de toutes les cases traversées.

Par exemple, on peut effectuer la trajectoire suivante :

D - 7 - 5 - 3 - 5 - 7 - 9 - 8 - 9 - 6 qui conduit à S = 59.

On cherche à effectuer la trajectoire qui rend la somme S la plus petite possible.

1. Que cherche-t-on à sélectionner ?
2. Quelles sont les contraintes ?
3. Quelle est l'optimisation recherchée ?
4. Déterminer une règle de choix qui permet de définir un algorithme glouton.
5. Quelle trajectoire et quelle somme S obtenez-vous sur cet exemple avec votre algorithme glouton ?
6. Sur cette grille, en cherchant bien, la trajectoire optimale donne une somme S = 23. Votre algorithme glouton a-t-il trouvé une solution optimale ? Si non, est-ce que la trajectoire trouvée est "proche" de la trajectoire optimale ?
7. Pour obtenir la solution optimale de façon certaine on souhaite trouver toutes les trajectoires possibles et calculer pour chacune d'elles la somme associée. Justifier qu'on va trouver 512 trajectoires et en déduire que cette méthode est coûteuse en termes de calculs.



. EXERCICE 2 (D'APRÈS J-C BONNEFOY)

On cherche à sélectionner 5 nombres de la liste suivante en cherchant à avoir leur somme la plus grande possible et en s'interdisant de choisir deux nombres voisins.

15	4	20	17	11	8	11	16	7	14	2	7	5	17	19	18	4	5	13	8
----	---	----	----	----	---	----	----	---	----	---	---	---	----	----	----	---	---	----	---

1. Que cherche-t-on à sélectionner ?
2. Quelles sont les contraintes ?
3. Quelle est la règle de choix de l'algorithme glouton ?
4. Quelle somme obtenez vous ?
5. Sur cet exemple, est-ce que l'algorithme glouton est un "bon" algorithme ?

. UN CAS CLASSIQUE : LE RENDU DE MONNAIE

Imaginons maintenant la situation suivante : Je fais un achat dans un magasin pour une valeur de 51€, je donne un billet de 100€. La caissière doit donc me rendre 49€. Pour être le plus efficace possible, son patron lui demande de rendre la monnaie pour chaque client avec un minimum de pièces (ou billets). On prendra comme référence dans son tiroir-caisse seulement les cas suivants (avec des entiers c'est plus simple pour l'instant)

Valeur	1 €	2 €	5 €	10 €	20 €	50 €	100 €
Type	Pièce			Billet			

En pratique, sans s'en rendre compte généralement, tout individu met en œuvre un algorithme glouton. Il choisit d'abord la plus grande valeur de monnaie, parmi 1, 2, 5, 10, 20 contenue dans 49 euros. etc

1. Quelle combinaison de monnaie la caissière va-t-elle vous rendre ?

Cette stratégie est gagnante pour la somme de 49 euros. L'est-elle pour n'importe quelle somme à rendre ? On peut montrer que la réponse est positive (mais cela dépasse le cadre du programme de NSI) pour ce système monétaire (euros). Pour cette raison, un tel système de monnaie est qualifié de canonique.

. APPLICATION SUR LE CHEMIN DE POUDLARD (D'APRÈS LYC CLEMENCEAU - NANTES)

1. La monnaie des sorciers

Harry a reçu sa lettre d'admission pour l'école de Poudlard. Dans l'enveloppe il était ajouté la liste de fournitures scolaires à apporter pour la rentrée. Hagrid vient le chercher et l'accompagne chez Gringotts, la banque des sorciers, pour retirer de l'argent.

Dans le monde magique, le système de monnaie est le suivant :

- 1 Gallion (pièce en or) vaut 17 Mornilles (pièce en argent)
- 1 Mornille vaut 29 Noises (pièce en bronze)

2. Le chemin de traverse

Avec une bourse bien garnie, Harry est prêt pour découvrir le chemin de traverse, lieu commerçant propre aux achats divers. Harry va pouvoir faire ses achats pour la rentrée chez plusieurs artisans.

a. Chez Fleury & Bott, libraire

Après avoir trouvé les livres nécessaires pour sa rentrée (Le Livre des sorts et enchantements, niveau 1 de Miranda Fauconnette, Histoire de la magie de Bathilda Tourdesac), Harry paye mais il dispose de peu de monnaie et il n'est pas encore très habitué à ce système. Dans le doute, il donne donc sa plus grosse pièce : un Gallion.

Le libraire est en fait un sorcier qui travaille secrètement pour les moldus (humains non sorciers). Il dispose donc de monnaie moldue qu'il a parfois du mal à utiliser dans le monde magique : les euros.

Même s'il est parfaitement honnête, en rendant la somme due sur le Gallion donné par Harry, ce sorcier en profite pour écouler sa monnaie moldue.

- Élaborer un algorithme permettant de déterminer toutes les pièces et billets à rendre à Harry en euros (sans tenir compte des centimes), d'après la somme totale à rendre.
- Écrire cet algorithme en pseudo-code.
- Programmer cet algorithme en Python.

Remarques :

- Peu importe le prix des livres, on ne s'intéresse qu'à la somme à rendre par le libraire.
- L'algorithme doit rendre la monnaie avec le moins de billets et de pièces possible.
- Les pièces et billets disponibles ont pour valeur : 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200 et 500 €.
- L'algorithme doit s'adapter à n'importe quelle somme à rendre.
- On considérera le tiroir-caisse de capacité infinie, c'est à dire qu'aucune pièce ou billet ne peut venir à manquer.
- L'utilisation de types construits est obligatoire.
- L'utilisation de fonction est obligatoire

Tester votre algorithme, puis votre programme, avec les sommes à rendre suivantes : 0€, 60 €, 63 €, 231 € et 899 €.

Très satisfait de votre visite, le patron vous invite à passer chez son voisin pour acheter une robe de sorcier.

b. Chez Madame Guipure, prêt-à-porter pour mages et sorciers

Après les présentations d'usage, Mme Guipure oriente Harry vers une magnifique robe de travail noire. Quel chance, elle est en promotion !

Comme son voisin, Mme Guipure propose de lui rendre la monnaie en euros mais, cette fois-ci, le tiroir caisse est limité :

- 1 billet de 200 €
- 3 billets de 100 €
- 1 billet de 50 €
- 1 billets de 20 €
- 1 billet de 10 €
- 5 pièces de 2 €

Tester votre algorithme, puis votre programme, avec les sommes à rendre suivantes : 0€, 8 €, 62 €, 231 €, 497 € et 842 €.

Votre algorithme est-il en mesure de gérer les rendus de monnaie sur de grosses sommes ?

Votre algorithme permet-il un rendu parfait dans tous les cas (somme exacte à rendre) ?

Élaborer un nouvel algorithme et un nouveau programme pour rendre la monnaie à Harry dans ce cas de tiroir caisse limité. Votre algorithme devra signaler par un message explicite si une situation défavorable se présente (ex : rendu de monnaie incomplet).

Bonus : Dans le cas où votre algorithme ne permet pas de rendre la totalité de la somme, et si il reste de l'argent en caisse, Mme Guipure devra rendre davantage d'argent à Harry (le minimum possible tout de même). Votre algorithme devra signaler cette situation par un message clair.

c. Chez Ollivander, fabricant de baguettes magiques

Dans la boutique de Garick Ollivander, les baguettes magiques sont nombreuses et variées. La baguette qu'a choisi Harry (ou plutôt la baguette « qui a choisi » Harry !) vaut 2 Gallions, 5 Mornilles et 20 Noises. Dans l'excitation et la précipitation Harry donne 5 Gallions à M. Ollivander. Élaborer un nouvel algorithme et un nouveau programme pour satisfaire ce nouveau système de monnaie.

A nouveau, **nous ne nous intéressons qu'à la somme à rendre, en un minimum de pièces.**

Tester votre algorithme, puis votre programme, sur les sommes à rendre suivantes :

- 0 Noises
- 654 Noises
- 23 Mornilles et 78 Noises
- 2 Gallions, 11 Mornilles et 9 Noises
- 7 Gallions, 531 Mornilles et 451 Noises